УДК 624.01 https://doi.org/10.51488/1680-080X/2022.1-21

С.Х. Достанова [1], К.Е. Токпанова [2], Б.К. Кусман [3]

[1,3]Казахский научно-исследовательский технический университет им. К.И. Сатпаева, Алматы, Казахстан
[2]Университет Туран, Алматы, Казахстан

Информация об авторах:
Достанова Сауле Хажигумаровна – доктор технических наук, ассоц. профессор, Казахский научно-исследовательский технический университет им. К.И. Сатпаева, Алматы, Казахстан
https://orcid.org/0000-0002-2232-3068, e-mail: s.dostanova@satbayev.university
Токпанова Камиля Еркиновна – доктор технических наук, профессор, Университет Туран, Алматы, Казахстан
https://orcid.org/0000-0001-6944-9541, e-mail: kamila 1907@mail.ru
Кусман Баян Кусманкызы – магистрант, Казахский научно-исследовательский технический университет им. К.И. Сатпаева, Алматы, Казахстан
https://orcid.org/0000-0002-7903-6203, e-mail: b.rusman@mail.ru

РАЗРЕШАЮЩИЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ТОНКОСТЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Аннотация. *Рассмотрены различные подходы и модели к исследованию напряженно-деформированного состояния тонкостенных конструкций. Представлены теория стержней открытого профиля, разработанная В.З. Власовым, и математические модели многослойных плит. Приведены разрешающие уравнения для трехслойной плиты, состоящей из 2-х жестких слоев, прослойка между ними рассматривается как упругое основание с двумя характеристиками.*

Ключевые слова: *тонкостенные конструкции, уравнения равновесия, перемещения, многослойные плиты, совместность деформаций, дифференциальные операторы.*

Введение

Тонкостенные конструкции являются эффективными и оптимальными в виду их малого веса, прочностных свойств и разнообразия форм. Теория расчета тонкостенных конструкций позволяет определять напряженно-деформированное состояние в элементах сложных систем. Но в процессе проектирования и строительства таких сооружений возникают совершенно новые задачи и совершенно новые проблемы. Появляются высокопрочные конструкционные материалы новых типов с более сложными свойствами, в частности конструкционные, композитные материалы различной структурой. В настоящее время в связи с бурным развитием строительной и промышленной отраслей теория по исследованию напряженно-деформированного состояния элементов тонкостенных конструкций отстает от запросов практики. Например, тонкостенные конструкции являются эффективными системами, т.к. в них максимально используются прочностные свойства материала, но теория расчета таких систем, построенная на многочисленных допущениях и гипотезах, не всегда дает правильные результаты, поэтому необходимо ее совершенствовать и развивать с учетом новых компьютерных технологий и достижений строительной механики [1-4].

Самой простой моделью любой конструкции является стержень или балка, но, несмотря на то, что они хорошо изучены, при современном состоянии строительной науки требуется совершенствование их моделей и теории их расчета. Например, при изгибе и кручении стержня сплошного поперечного сечения не все точки сечения одинаково загружены. Наиболее загружены точки, максимально удаленные от оси стержня, поэтому при изгибе стержня рационально брать сечение открытого профиля в виде двутавра, швеллера или др. В связи с малой толщиной стенки стержня появляется большая гибкость, что может привести к потере устойчивости рассматриваемых равновесных форм. При одновременном требовании к тонкостенным системам прочности, легкости и устойчивости равновесных форм расчет усложняется, поэтому очень ответственным и решающим шагом является выбор соответствующей модели и методов решения разрешающих уравнений. Поэтому для упрощения расчета используются некоторые допущения или гипотезы, благодаря которым упрощаются уравнения и облегчается поиск решения.

Для стержней сплошного поперечного сечения справедливы гипотеза плоских сечений и принцип Сен-Венана о локальности действия взаимно уравновешенной системы сил. Для тонкостенных стержней характерна депланация сечений, сопровождаемая изгибно-крутильными деформациями, поэтому вышеперечисленные классические принципы для них не выполняются [1].

Жесткие плиты покрытий и перекрытий в основном работают на изгиб, в тонкостенных плитах возникают значительные мембранные усилия, превосходящие по своим значениям изгибные усилия и, тем самым, уменьшают прогибы срединной плоскости. Для исследования напряженно-деформированного состояния в них необходимо использовать соответствующие модели и расчетные схемы. В статье приводятся наиболее распространенные модели и расчетные схемы.

Материалы и методы

Предложенная В.З. Власовым теория стержней открытого профиля построена на следующих геометрических гипотезах [1]:

а) тонкостенный стержень открытого профиля рассматривается как оболочка, обладающая в плоскости поперечного сечения жестким (недеформируемым) профилем;

б) деформация сдвига срединной поверхности, характеризующаяся изменением прямого угла, между координатными линиями ($Z = const,\ S = const$) принимается равной нулю.

Эксперименты и практика показывают некоторые расхождения с теорией В.З. Власова, поэтому во многих современных исследованиях прочности тонкостенного стержня усложняются расчетные схемы в сторону реального отражения их работы и взаимосвязей с другими элементами конструкции. Это обосновано тем, что внешний силовой фактор – бимомент в классической теории В.З. Власова относится к внутренним усилиям и не участвует в работе внешних сил системы. На самом деле полный угол закручивания для тонкостенного стержня суммируется из углов закручивания, соответствующих чистому изгибу и изгибно-крутильной деформации, поэтому работа внешних крутящих сил при закручивании состоит из двух слагаемых: одно относится к работе части крутящего момента на чисто крутильных деформациях, второе – к работе крутящего момента на крутильно-изгибных деформациях, последнее включает работу бимомента. Это проверено экспериментами и является одним из путей уточнения уравнений равновесия для тонкостенного стержня, выведенные В.З. Власовым. Например, рассмотрим и сопоставим следующие модели:

1. Модель тонкостенного стержня по теории В.З. Власова [1].

Поведение тонкостенных стержней при изгибе в двух направлениях и кручении описывается системой трех дифференциальных уравнений, составленных для недеформированного состояния:

$$EI_y \cdot \xi^{IV} = q_x, \quad EI_x \cdot \eta^{IV} = q_y, \quad EI_\omega \cdot \theta^{IV} - GI_d \theta'' = m, \tag{1}$$

где первые два уравнения – это уравнения изгиба стержня, как балки, в направлении осей *x* и *y,* а третье – уравнение стесненного кручения тонкостенного стержня; q_x и q_y – интенсивности погонных поперечных нагрузок; m – интенсивность внешнего крутящего момента, определяемого относительно центра изгиба, EI_x, EI_y – жесткости на изгиб в двух плоскостях, EI_ω – изгибно-крутильная жесткость, ζ – перемещение вдоль оси x, η – перемещение вдоль оси y, θ – полный угол закручивания.

2. Уточненная модель с учетом деформируемости контура [3-4].

Если рассмотреть равновесие бесконечно малой полоски длиной dz тонкостенного стержня в деформированном состоянии, то уравнения (1) усложняются, т.к. каждое уравнение будет содержать неизвестные функции прогиба в двух направлениях и угол закручивания.

3. Модель тонкостенного стержня на основе разделения крутильных деформаций на чисто крутильные и крутильно-изгибные.

Система дифференциальных уравнений для этой модели выведена в предположении, что угол закручивания тонкостенной конструкции состоит из суммы двух углов закручивания: $\bar{\theta}$ – угол поворота при чистом кручении и $\tilde{\theta}$ – угол кручения относительно центра изгиба; m – интенсивность крутящего момента относительно центра изгиба, m_* – интенсивность крутящего момента относительно центра тяжести сечения.

При использовании этих уравнений нормальные напряжения, соответствующие изгибно-крутильным деформациям, уменьшаются в сравнении с теорией Власова, тем самым увеличивается несущая способность стержня.

Теория тонких оболочек также основывается на гипотезе прямых нормалей и гипотезе о ненадавливании слоев оболочки [1-4]. Для оболочек иногда используют упрощенный вариант общей теории, когда пренебрегают влиянием изгибных и крутящих моментов. Оболочки, находящиеся в таком состоянии, называются безмоментными. В ряде случаев напряженно-деформированное состояние оболочки таково, что изгибающие и крутящие моменты, а также поперечные силы в них отличны от нуля, но их значения и соответствующие им напряжения быстро уменьшаются при удалении от некоторых линий на срединной поверхности оболочки, носящих название линий искажения. Локализующееся вблизи линий искажения напряженно-деформированное состояние носит название краевого эффекта. Напряженно-деформированное состояние оболочки можно представить в виде суммы двух слагаемых – безмоментного и краевого эффекта.

В настоящее время нашли большое применение в строительстве многослойные плиты и оболочки [5-6]. Эти конструкции обычно состоят из материалов с различными физико-механическими свойствами. Несущие слои из материалов высокой прочности и жесткости предназначены для восприятия основной части механической нагрузки. Связывающие слои, служащие для образования монолитной конструкции, обеспечивают перераспределение усилий между несущими слоями. Такое сочетание слоев с различными свойствами позволяет обеспечить надежную работу систем в неблагоприятных условиях окружающей среды, создавать конструкции, сочетающие высокую прочность и жесткость с относительно малой массой, стойкостью по отношению к агрессивным средам.

Рассмотрим отдельно плиту, состоящую из скрепленных между собой изотропных упругих слоев. Ось oz направлена по нормали к слоям, а ортогональную ей плоскость oxy расположим произвольно (рис. 1) [5-6].

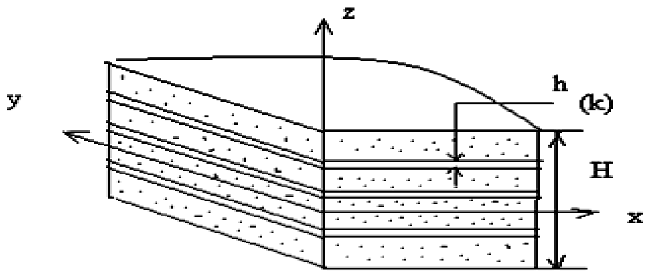

Рисунок 1 – Многослойная плита

На рисунке 2 представлены модели многослойной и монолитной плиты, лежащей на упругом основании [6].

На практике часто встречаются двух- и трехслойные конструкции, которые являются частным случаем многослойных пластин. Аналогично можно рассмотреть плиту, состоящую из n слов.

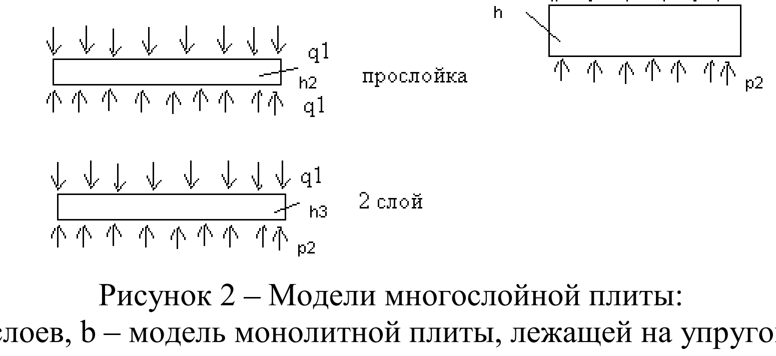

Рисунок 2 – Модели многослойной плиты:
a – модели слоев, b – модель монолитной плиты, лежащей на упругом основании

Пусть число жестких слоев n =2, прослойку между ними рассматриваем как упругое основание с двумя характеристиками, тогда статические уравнения равновесия для трехслойных пластин можно записать в виде [5-6]:

$$A_1\Phi_1^{(1)})(u^{(1)},v^{(1)})+B(u^{(2)}-u^{(1)})+Bc_1(\frac{\partial w^{(2)}}{\partial x}+\frac{\partial w^{(1)}}{\partial x})+q_x^{(1)}=0,$$
$$A_2\Phi_1^{(2)}(u^{(2)},v^{(2)})-B(u^{(2)}-u^{(1)})-Bc_2(\frac{\partial w^{(2)}}{\partial x}+\frac{\partial w^{(1)}}{\partial x})+q_x^{(2)}=0,$$
$$A_1\Phi_2^{1}(u^{(1)},v^{(1)})+B(v^{(2)}-v^{(1)})+Bc_1(\frac{\partial w^{(2)}}{\partial y}+\frac{\partial w^{(1)}}{\partial y})+q_y^{(1)}=0,$$
$$A_2\Phi_2^{2}(u^{(2)},v^{(2)})-B(v^{(2)}-v^{(1)})-Bc_2(\frac{\partial w^{(2)}}{\partial y}+\frac{\partial w^{(1)}}{\partial y})+q_y^{(2)}=0,$$
$$D_1\Delta\Delta w^{(1)}-C(w^{(2)}-w^{(1)})-Bc_1(\frac{\partial u^{(2)}}{\partial x}-\frac{\partial u^{(1)}}{\partial x})-Bc_1(\frac{\partial v^{(2)}}{\partial y}-\frac{\partial v^{(1)}}{\partial y})-$$
$$-Bc_1^2(\Delta w^{(2)}+\Delta w^{(1)})=q_z^{(1)},$$
$$D_2\Delta\Delta w^{(2)}-C(w^{(2)}-w^{(1)})-Bc_2(\frac{\partial u^{(2)}}{\partial x}-\frac{\partial u^{(1)}}{\partial x})-Bc_2(\frac{\partial v^{(2)}}{\partial y}-\frac{\partial v^{(1)}}{\partial y})-$$
$$-Bc_2^2(\Delta w^{(2)}+\Delta w^{(1)})=q_z^{(2)}\ . \qquad (2)$$

В (2) u,v,w – компоненты перемещений в направлении координатных осей x, y, z, из них первые два – тангенциальные смещения точек, лежащих в срединной плоскости соответствующего слоя, эти перемещения согласно уточненной теории могут быть вызваны как сдвиговыми деформациями γ_{xz}, γ_{yz}, так и тангенциальными усилиями; третье – нормальное смещение, индексы 1,2 соответствуют нумерациям слоев; B, C – упругие характеристики прослойки; q_i^k – интенсивность поверхностной нагрузки k-го слоя в направлении координатных осей (i=x,y,z), k=1,2. В общем случае условия сопряжения слоев имеет вид:

$(\tau_{xz})^k=(\tau_{xz})^{k+1}$, $(\tau_{yz})^k=(\tau_{yz})^{k+1}$, $(\sigma_z)^k=(\sigma_z)^{k+1}$, $(u)^k=(u)^{k+1}$, $(v)^k=(v)^{k+1}$, $(w)^k=(w)^{k+1}$ (3)

Дифференциальные операторы плоской задачи теории упругости записываются в виде:

$$\Phi_1^{(1)}(u,v)=\frac{\partial^2 u^{(1)}}{\partial x^2}+\frac{1-\nu_1}{2}\frac{\partial^2 u^{(1)}}{\partial y^2}+\frac{1+\nu_1}{2}\frac{\partial^2 v^{(1)}}{\partial x\partial y},$$
$$\Phi_2^{(1)}(u,v)=\frac{\partial^2 v^{(1)}}{\partial y^2}+\frac{1-\nu_1}{2}\frac{\partial^2 v^{(1)}}{\partial x^2}+\frac{1+\nu_1}{2}\frac{\partial^2 u^{(1)}}{\partial x\partial y},$$
$$\Phi_1^{(2)}(u,v)=\frac{\partial^2 u^{(2)}}{\partial x^2}+\frac{1-\nu_1}{2}\frac{\partial^2 u^{(2)}}{\partial y^2}+\frac{1+\nu_1}{2}\frac{\partial^2 v^{(2)}}{\partial x\partial y},$$
$$\Phi_2^{(2)}(u,v)=\frac{\partial^2 v^{(2)}}{\partial y^2}+\frac{1-\nu_1}{2}\frac{\partial^2 v^{(2)}}{\partial x^2}+\frac{1+\nu_1}{2}\frac{\partial^2 u^{(2)}}{\partial x\partial y} \qquad (4)$$

Жесткие слои, входящие в трехслойную пластину, называют несущими, а прослойку – мягким слоем. Несущие слои и прослойку считают однородными по толщине, тогда в выражении (2) можно принять, что

$$A_1 = \frac{E_1 h_1}{1-\nu_1^2}, \quad D_1 = \frac{E_1 h_1^3}{12(1-\nu_1^2)}, \quad A_2 = \frac{E_2 h_2}{1-\nu_2^2}, \quad D_2 = \frac{E_2 h_2^3}{12(1-\nu_2^2)},$$

$$B = \frac{G}{s}, \quad C = \frac{E}{s}, \quad c_1 = \frac{h_1 + s}{2}, \quad c_2 = \frac{h_2 + s}{2}$$

где s – толщина прослойки, E – модуль упругости, G – модуль сдвига прослойки, индекс 1 относится к верхнему слою, индекс 2 – ко второму несущему слою.

Итак, задача об изгибе трехслойной плиты сводится к решению уравнений (2), которые содержат 6 неизвестных функций перемещений, по три в каждом слое. Неизвестные функции должны удовлетворять граничным условиям, которые могут быть записаны в статическом или кинематическом виде. По аналогии можно рассмотреть слоистую оболочку, в уравнения равновесия (2-4) войдут кривизны системы.

Дифференциальные уравнения равновесия для монолитной плиты на деформируемом основании с учетом сдвиговых деформаций и касательных усилий по подошве плиты имеют вид [5-6]:

$$\begin{gathered}
\frac{\partial t_x}{\partial x} + \frac{\partial t_y}{\partial y} - \nabla^2 w = \frac{3}{2Gh}\left[(P_1 - P_2) + \frac{h}{2}\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y}\right)\right], \\
\nabla^2 t_x + \frac{(1+\nu)}{2}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial t_y}{\partial x} - \frac{\partial t_x}{\partial y}\right) + \frac{1}{4}\frac{\partial}{\partial x}(\nabla^2 w) = \frac{5hG}{6D}\left(t_x - \frac{\partial w}{\partial x}\right) + q_x(x,y), \\
\nabla^2 t_y + \frac{(1+\nu)}{2}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial t_x}{\partial y} - \frac{\partial t_y}{\partial x}\right) + \frac{1}{4}\frac{\partial}{\partial y}(\nabla^2 w) = \frac{5hG}{6D}\left(t_y - \frac{\partial w}{\partial y}\right) + q_y(x,y),
\end{gathered} \tag{5}$$

В выражении (5) можно принять, что

$$h = \sum_{i=1} h_i \quad D = \sum^{n} \frac{E_i h_i^3}{12(1-\nu_i^2)}, \quad G = \sum_{i=1}^{n} G_i, \quad t_x = \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\tau_{xz}}{G}, \quad t_y = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\tau_{yz}}{G}$$

где E – модуль упругости слоя, G – модуль сдвига, ν – коэффициент Пуассона, w определяется как сумма прогибов всех слоев, τ_{xz}, τ_{yz} – касательные напряжения при сдвиге.

На рисунке 2б представлена модель монолитной плиты, толщина которой равна сумме толщин каждого из слоев плиты, т.е. $h=h_1+h_2+h_3$. Исходя из уравнений теории упругости, нормальные напряжения и деформации можно представить в виде:

$$\sigma_z = \frac{P_1(1+\frac{3z}{h}-4\frac{z^3}{h^3}) - P_2\ (1-\frac{3z}{h}+4\frac{z^3}{h^3})}{2},$$

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E}, \quad \sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2}\left[\varepsilon_x + \nu(\varepsilon_y + \varepsilon_z)\right], \quad \sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2}\left[\varepsilon_y + \nu(\varepsilon_x + \varepsilon_z)\right] \tag{6}$$

Для многослойных дорожных покрытий составлен алгоритм расчета и представлены результаты численного расчета в работе [6].

Результаты и обсуждение

Тонкостенные конструкции являются эффективными, т.к., обладая малым весом и малыми затратами на материал, имеют высокую прочность и надежность. Но вместе с тем для исследования их напряженно-деформированного состояния необходимы более совершенные модели и расчетные схемы, учитывающие их особенности как конструктивного, так и геометрического характера. Тонкостенные конструкции являются более гибкими в сравнении с толстостенными, поэтому необходимо учитывать степень их деформативности. Особенно это касается вопросов устойчивости и колебаний. Для исследования устойчивости необходимо использовать геометрическую нелинейность, выраженную в нелинейной зависимости между деформациями и перемещениями. В виду сложного математического аппарата часто применяют вариационные методы, например, принцип Лагранжа при использовании метода конечных элементов. При этом используют шаговые методы для матрицы жесткости системы, состоящей из двух частей: линейной и нелинейной. В нелинейной части используют добавки к матрице жесткости за счет геометрической нелинейности.

В зависимости от условий работы тонкостенных конструкций и необходимой точности расчета можно использовать ту или иную теорию и соответствующую ей математическую модель.

Для многослойных плит, где каждый слой обладает своими функциями, используется система дифференциальных уравнений со своими жесткостными параметрами для каждого слоя и соответствующими граничными условиями. В современных многослойных конструкциях используются геосинтетические материалы, обладающие высокой прочностью. Они используются в дорожных покрытиях и в сборных оболочечных конструкциях. Все указанные модели требуют дальнейшего экспериментального обоснования и лабораторных исследований.

Заключение

На основании представленных моделей для расчета тонкостенных конструкций можно сделать следующие **выводы:**

1. Для описания реального поведения тонкостенных конструкций необходимо дальнейшее совершенствование их моделей и расчетных схем.

2. Для обоснования новых теоретических исследований тонкостенных конструкций необходимы экспериментальные исследования.

3. Необходимо совершенствовать компьютерные программы для расчета тонкостенных конструкций с учетом различных видов нелинейности.

Литература:

1. *Власов В.З. Тонкостенные упругие стержни. М.: Гос. изд. физико-мат. лит., 1959, 530.*
2. *Гузь А.Р., Заруцкий В.А., Амиро И.Я. и др. Экспериментальные исследования тонкостенных конструкций. Киев: Наук. Думка. 1984, 240.*
3. *Пикуль В.В. Современные проблемы механики оболочек. Тр. 8 Всеросс. съезд по теорет. и прикл. механике. Пермь: Изд-во Ин-та мех. сплош. сред УрО РАН. 2001, 486.*
4. *Актуальные проблемы механики оболочек. Тр. Межд. конф., посвященной 100-летию проф. Х.М. Муштари, 90-летию проф. К.З. Галимова и 80-летию проф. М.С. Корнишина: - Казань, 2000, 486.*
5. *Айталиев Ш.М., Достанова С.Х. Оболочечные покрытия станций метрополитена с разрывными параметрами (статика и устойчивость). Алматы, 2003, 172.*
6. *Исаханов Е.А., Достанова С.Х., Токпанова К.Е., Карабаев А.М. Основы теории и расчет слоистых плит на деформируемом основании. КазАТК. 2008, 200.*

References:

1. *Vlasov V.Z. Tonkostennyie uprugie sterzhni [Thin-walled elastic rods] - M.: Gos. izd. fiziko-mat. lit., 1959, 530. (in Russ.)*
2. *Guz A.R., Zarutskiy V.A., Amiro I.Ya. i dr. Eksperimentalnyie issledovaniya tonkostennyih konstruktsiy [Experimental studies of thin-walled structures] - Kiev, Nauk. Dumka, 1984, 240. (in Russ.)*
3. *Pikul V.V. Sovremennyie problemyi mehaniki obolochek [Modern problems of shell mechanics] Proceedings of the 8 Vseross. s'ezd po teoret. i prikl. mehanike. Perm: Izd-vo In-ta meh. splosh. sred UrO RAN = Tr. 8 Vseross. the congress on the theory. and approx. mechanics. Perm: Publishing house In-ta fur. completely. sred UrO RAS. 2001, 486. (in Russ.)*
4. *Aktualnyie problemyi mehaniki obolochek [Actual problems of shell mechanics] Tr. Mezhd. konf., posvyaschennoy 100-letiyu prof. H.M. Mushtari, 90-letiyu prof. K.Z. Galimova i 80-letiyu prof. M.S. Kornishina = Proceedings of the International Conference dedicated to the 100th anniversary of Prof. H.M. Mushtari, the 90th anniversary of Prof. K.Z. Galimov and the 80th anniversary of Prof. M.S. Kornishin: - Kazan. 2000, 486. (in Russ.)*
5. *Aytaliev Sh.M., Dostanova S.H. Obolochechnyie pokryitiya stantsiy metropolitena s razryivnyimi parametrami (statika i ustoychivost) [Shell coverings of metro stations with discontinuous parameters (static and stability)] – Almaty. 2003, 172. (in Russ.)*
6. *Isahanov E.A., Dostanova S.H., Tokpanova K.E., Karabaev A.M. Osnovyi teorii i raschet sloistyih plit na deformiruemom osnovanii. KazATK [Fundamentals of theory and calculation of layered plates on a deformable base. KazATK]- Almaty. 2008, 200. (in Russ.)*

С.Х. Достанова [1], Қ.Е. Тоқпанова [2], Б.Қ. Құсман [3]

[1,3]Қ.И. Сәтпаев атындағы Қазақ ғылыми-зерттеу техникалық университеті, Алматы, Қазақстан
[2]Тұран университеті, Алматы, Қазақстан

Авторлар туралы мәліметтер:

Достанова Сауле Хажигумаровна – техника ғылымдарының докторы, ассоц. профессор, Қ.И. Сәтпаев атындағы Қазақ ғылыми-зерттеу техникалық университеті, Алматы, Қазақстан
https://orcid.org/0000-0002-6340-4059 , e-mail: s.dostanova@satbayev.university

Тоқпанова Камиля Еркінқызы – техника ғылымдарының докторы, профессор, «Тұран» университеті, Алматы, Қазақстан
https://orcid.org/0000-0001-6944-9541 , e-mail: kamila 1907@mail.ru

Құсман Баян Құсманқызы – магистрант, Қ.И. Сәтпаев атындағы Қазақ ғылыми-зерттеу техникалық университеті, Алматы, Қазақстан
https://orcid.org/0000-0002-7903-6203, e-mail: b.rusman@mail.ru

ЖҰҚА ҚАБЫРҒАЛЫ ҚҰРЫЛЫМДАР ҮШІН ШЕШУШІ ТЕҢДЕУЛЕР

Аңдатпа. *Жұқа қабырғалы құрылымдардың кернеулі-деформациялық күйін зерттеудің әртүрлі тәсілдері мен үлгілері қарастырылған. В.З. Власов дамытқан ашық профильді сырықтар теориясы және көпқабатты тақталардың математикалық модельдері ұсынылған. 2 қабаты қатты, үш қабатты тақтаны шешуші теңдеулер келтірілген, олардың арасындағы аралық қабат екі сипаттамасы бар серпімді негіз ретінде қарастырылады.*

Түйін сөздер: *жұқа қабырғалы құрылымдар, тепе-теңдік теңдеулері, орын ауыстырулар, көпқабатты тақталар, деформациялардың үйлесімділігі, дифференциалдық операторлар.*

S.Kh. Dostanova [1], K.E. Tokpanova [2], B.K. Kusman [3]

[1,3]Kazakh Research Technical University named after. K.I.Satpaeva, Almaty, Kazakhstan
[2]Turan University, Almaty, Kazakhstan

Information about authors:
Dostanova Saule Khazhigumarovna – Doctor of Technical Sciences, Assoc. Professor, Kazakh Research Technical University named after K.I. Satpaeva, Almaty, Kazakhstan
https://orcid.org/0000-0002-2232-3068 , e-mail: s.dostanova@satbayev.university
Tokpanova Kamilya Erkinovna – Doctor of Technical Sciences, Professor, Turan University, Almaty, Kazakhstan
https://orcid.org/0000-0001-6944-9541, e-mail: kamila 1907@mail.ru
Kusman Bayan Kusmankyzy – undergraduate, Kazakh Research Technical University named after K.I.Satpaeva, Almaty, Kazakhstan
https://orcid.org/0000-0002-7903-6203, e-mail: b.rusman@mail.ru

RESOLUTION EQUATIONS FOR THIN-WALLED STRUCTURES

Abstract. *Various approaches and models to the study of the stress-strain state of thin-walled structures are considered. The theory of open profile rods developed by V.Z. Vlasov, and mathematical models of multilayer slabs. Resolving equations for a three-layer slab consisting of 2 rigid layers are given, the interlayer between them is considered as an elastic foundation with two characteristics.*

Keywords: *thin-walled structures, equilibrium equations, displacements, multilayer slabs, compatibility of deformations, differential operators.*