

УДК 72.01
МРНТИ<https://doi.org/10.51488/1680-080X/2021.1-19>**А.С. Торгаев**

ТОО «Аулет», г. Нур-Султан, Республика Казахстан

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ВЫЯВЛЕНИЯ
ОБЪЕКТИВНЫХ ЗАКОНОВ КРАСОТЫ И МУЗЫКИ**

***Аннотация.** В статье рассмотрены проблемы восприятия красоты, основанные на математических закономерностях. Предполагается, что существуют объективные законы красоты и гармонии, которые универсальны для всех видов искусств. Таким образом, становится возможным научное познание феномена красоты.*

***Ключевые слова:** законы красоты, музыка, математические закономерности, форма, музыкальная гармония.*

Испокон веков люди стремились к познанию красоты природы, к установлению объективных ее законов, чтобы, овладев секретами гармонии, целенаправленно и на научной основе созидать прекрасные произведения искусства. Существуют разные мнения и представления о возможностях научного познания секретов Красоты [1, 2, 3]. Весьма распространена точка зрения, что искусство – это сфера чувственного, область субъективных эмоций и переживаний отдельных творческих личностей, которая не поддается объективизации и канонизации. Другая точка зрения исходит из посыла, что каждому человеку с рождения присущи чувства гармонии и красоты. Даже маленькие дети способны распознать красоту в окружающей их действительности и выделить те предметы, которые своим видом и идеальными формами могут радовать глаза, причем людей разных национальностей и возраста. Следовательно, отсюда делается вывод, что Красота имеет объективные, всеобщего характера действия Законы.

Проведенные нами исследования позволяют говорить об установлении новых объективных математических и геометрических закономерностей и правил гармоничного построения. В данной статье дается общий вывод математической формулы и схема геометрических построений.

Почему круг – самая идеальная форма? Человек воспринимает изображение окружающей среды посредством оптической системы организма – глаза. Поэтому мы должны искать ответ в строении глаза, который передает информацию в мозг человека. Зрительное восприятие зависит именно от сетчатки глаза. В сферической поверхности сетчатки идеально по кругу распложены палочки и колбочки, где происходит непосредственное восприятие света и передача информации в центральную нервную систему. Из-за палочек и колбочек, распложенных идеально по кругу на поверхности сетчатки, поле зрения воспринимаемое глазом как круг.

Именно по этому качеству человек может определять идеальную окружающую среду. Следовательно, можно сделать вывод, что человек воспринимает окружающую среду относительно круга.

Еще в древнейшие времена люди украшали свое жилье, используя несложные схематические рисунки, в основе которых лежали простейшие геометрические фигуры – круг (самая идеальная форма), квадрат (к примеру, отношение площади внешнего круга к площади вписанного в него квадрата равна $\pi/2=1,57$), шестигранник (отношение длины круга к длине шестигранника равна $\pi/3$ $2Pr/6r=\pi/3=1,046$), пятиконечная звезда ($S_{пл.круга}/S_{пл.пятиконечная\ звезда}=1,399$, и здесь мы просматриваем прямую связь с музыкальными нотами, т.к. в 3 октаве $f_a=1,399$ Мгц.) и т.д.

Это же правило прослеживается и в древних архитектурных памятниках, например, в пирамиде Хеопса. Рассмотрим в примере: отношение высоты пирамиды к длине основания $a/h=1,57$, т.е. $\pi/2$. Второе золотое сечение, которое вытекает из основного, дает отношение $44:56=0,785=\pi/4$.

Так, в Помпейском циркуле заложены пропорции золотого деления $90+56=146$ мм. Если принять погрешность от 90 мм 2 мм, то получим следующее соотношение $88:56=1,57=\pi/2$. Принимая во внимание то, что Помпейский циркуль был обнаружен при раскопках храма Парфенона, то разница в 2 мм вполне реальна.

Почему в музыке только 12 звуков? Звуковая волна распространяется равномерно по всем направлениям по кругу по частоте. Человек с восприятием звука определил 12 нот музыки, которые характеризуется амплитудой и частотой. В музыке каждая октава состоит из 12 нот, и каждая нота делится на математически равные интервалы, каждый из которых равен $1:12\sqrt{2}$ "корень 12 степени из 2", или 1,059.

- 1 – 1.05946,
- 2 – 1.12246,
- 3 – 1.18921,
- 4 – 1,25992,
- 5 – 1.33484,
- 6 – 1.41421,
- 7 – 1.49831,
- 8 – 1.58740,
- 9 – 1.68179,
- 10 – 1.78180,
- 11 – 1.88775,
- 12 – 2.00000.

Согласно таблице 1 путем деления любой известной нам частоты ноты на Коэффициент 1,05946..., мы получаем частоту соседнего нижнего полутона, а путем умножения – верхнего. Международный стандарт настройки музыкальных инструментов, 111111, устанавливающий частоту ноты Ля первой октавы равна 440 герц.

Таблица 1 – Частота нот

Нота	Частота в герцах								
	Суб-контр-октава	Контр-октава	Большая октава	Малая октава	1 октава	2 октава	3 октава	4 октава	5 октава
До (C)		32.70	65.41	130.82	261.63	523.25	1046.5	2093.0	4186.0
До-диез (C#)		34.65	69.30	138.59	277.18	554.36	1108.7	2217.4	4434.8
Ре (D)		36.95	73.91	147.83	293.66	587.32	1174.6	2349.2	4698.4
Ре-диез (D#)		38.88	77.78	155.56	311.13	622.26	1244.5	2489.0	5274.0
Ми (E)	20.61	41.21	82.41	164.81	329.63	659.26	1318.5	2637.0	5274.0
Фа (F)	21.82	43.65	87.31	174.62	349.23	698.46	1396.9	2793.8	
Фа-диез (F#)	23.12	46.25	92.50	185.00	369.99	739.98	1480.0	2960.0	
Соль (G)	24.50	49.00	98.00	196.00	392.00	784.00	1568.0	3136.0	
Соль-диез (G#)	25.95	51.90	103.80	207.00	415.30	830.60	1661.2	3322.4	
Ля (A)	27.50	55.00	110.00	220.00	440.00	880.00	1760.0	3520.0	
Ля-диез (B)	29.13	58.26	116.54	233.08	466.16	932.32	1864.6	3729.2	
Си (H)	30.87	123.48	116.54	246.96	493.88	987.75	1975.5	3951.0	

Так как частота нот – принятое значение, поэтому относительно круга, геометрическим методом определяем причину, почему в музыке каждая октава состоит из 12 нот, и каждая нота делится на математические интервалы.

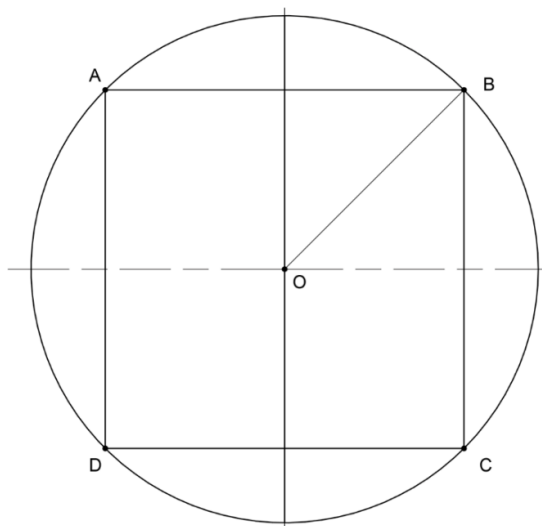


Рис. 1 – Окружность радиусом 1. Этап 1

Для доказательства вычерчиваем окружность радиусом «1», и вписанный в него квадрат. Так как радиус относительного круга и принятого круга равны «1» математически интервалы равны 1,00000. Путем деления длины окружности на периметр квадрата мы получим первое число равное 1,1107 по табл. 1 видим, что в 3 октаве До-диез =1108,7 Гц = 1,1087 МГц, разница 0,002 это потому, что это принятая частота (рис. 1).

От точки «1» через центр «0» проводим окружности и вписываем в него квадрат. Путем деления радиус основного круга равна «1» на радиус полученного круга мы получаем математические интервалы равные 1,41421. Путем деления длины основной окружности на периметр квадрата мы получим следующее число, равное 1,5708. Из табл. 1 видим, что в 3 октаве Соль =1568,0 Гц = 1,5680 МГц, разница 0,0028 (рис. 2).

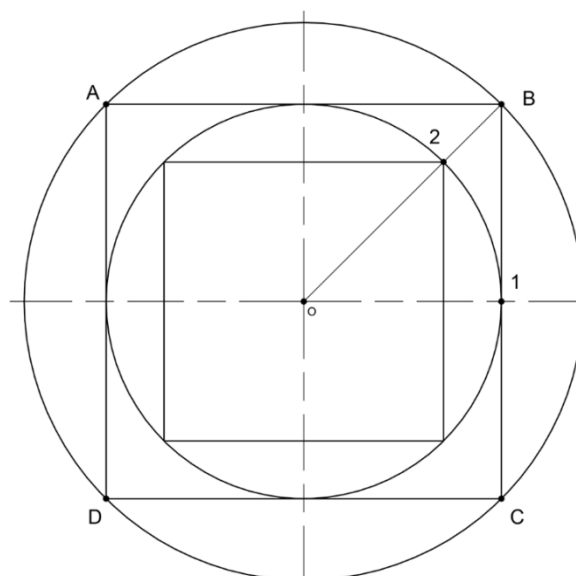


Рис. 2 – Окружность радиусом 1. Этап 2

От точки «1» через центр «0» проводим дугу до точки «В». От точки «2» проводим вертикальную линию до пересечений дуги «ОВ» получим точку «3». От центра «О», пользуясь циркулем, проводим окружность через точки «3». В полученную окружность вписываем в него квадрат. Путем деления радиус основного круга равна «1» на радиус полученного круга, мы получаем математический интервал, который равен 1,1892.

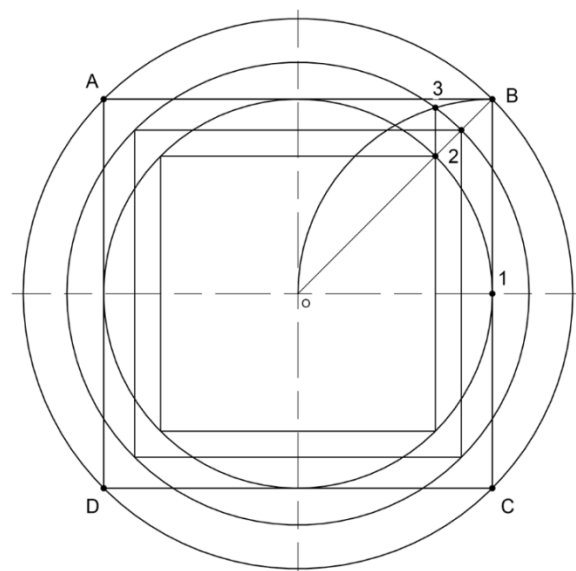


Рис. 3 – Окружность радиусом 1. Этап 3

Путем деления длины основной окружности на периметр квадрата мы получим следующее число, которое равно 1,3209. По табл.1 видим, что 3 октаве Ми =1318,5, при Гц = 1,3185 МГц, разница равна 0,0028.

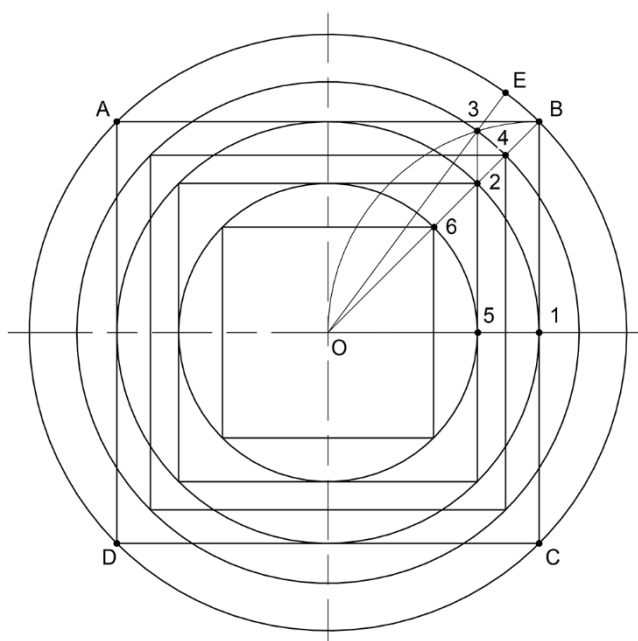


Рис. 4 – Окружность радиусом 1. Этап 4

От точки «3» проводим вертикальную линию до пересечения горизонтальной линии, получаем точку «4». От центра «О», пользуясь циркулем, проводим окружность через точки «4». В пересечении линии «ОВ» получаем точку «5». Получаем окружность и вписываем в него квадрат. Путем деления радиуса основного круга равный «1» на радиус полученного круга мы получаем математический интервал равный 2,0000. Путем деления длины основной окружности на периметр квадрата, мы получим следующее число равно 2,2214 по табл.1 видим, что 4 октава До-диез =2217,4 Гц = 2,2174 МГц, $2217,4/2=1110,8$ 3 октаве До-диез =1,1108 Гц (рис. 4).

Следовательно, если полученные математические интервалы совпадают с математическими интервалами нот, то и остальные тоже должны совпадать, так как ноты делятся на математически равные интервалы. При вводе метрической системы принять эталон ноты Соль 3 октавы равна 1570,8 МГц. Определяем все остальные частоты нот:

3 октава 4 октава
 До 1,0481 До 2,0962
 До-диез 1,1107 До-диез 2,2214
 Ре 1,1767
 Ре-диез 1,2468
 Ми 1,3208
 Фа 1,3994
 Фа-диез 1,4827
 Соль 1,5708
 Соль-диез 1,6640
 Ля 1,7632
 Ля-диез 1,8680
 Си 1,9790

Можно считать, что чувственный, эмоциональный мир человека, формируется на основе единых закономерностей восприятия и обработки зрительных и слуховых сигналов.

Следовательно, можно сделать вывод, что изречение «Архитектура – застывшая в камне музыка» – это не только красивая фраза, но и определение, имеющее под собой математическое обоснование.

Для этого рассмотрим фасад древнегреческого храма Парфенона. Он тоже подчинен единым закономерностям восприятия. Для подтверждения этого необходимо сделать несколько несложных построений. Построим прямоугольник ABCD, длина которого равна «а», высота равна «б». От центра прямоугольника необходимо начертить круг, который впишет в себя прямоугольник ABCD. От центра окружности проводим линию под углом 45° до пересечения окружности, при этом получим точку «1». Далее, от точки «1» проводим вертикальную ниспадающую линию до пересечения горизонтальной линии центра прямоугольника и круга и получаем точку «2». От центра «О», пользуясь циркулем, проводим окружность от точки «2» до пересечения линии «ОА». Таким образом, мы получим новую точку «3». Именно эта точка «3» совпадает с высотой здания. Если мы будем продолжать построение таким же образом, каким получили точку «3», то мы получим следующие точки: «4», «5», «6»..., которые совершенно четко совпадают с имеющимися горизонтальными линиями фасада храма Парфенона (рис. 5).

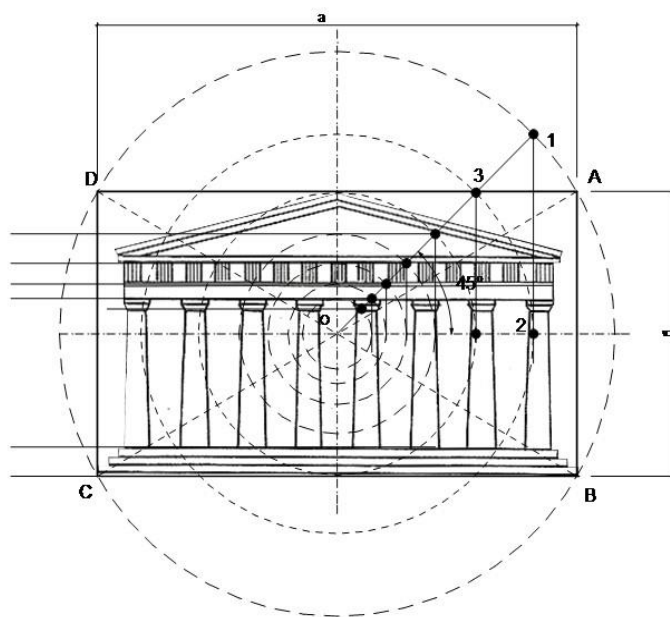


Рис. 5 – Математические закономерности восприятия Парфенона

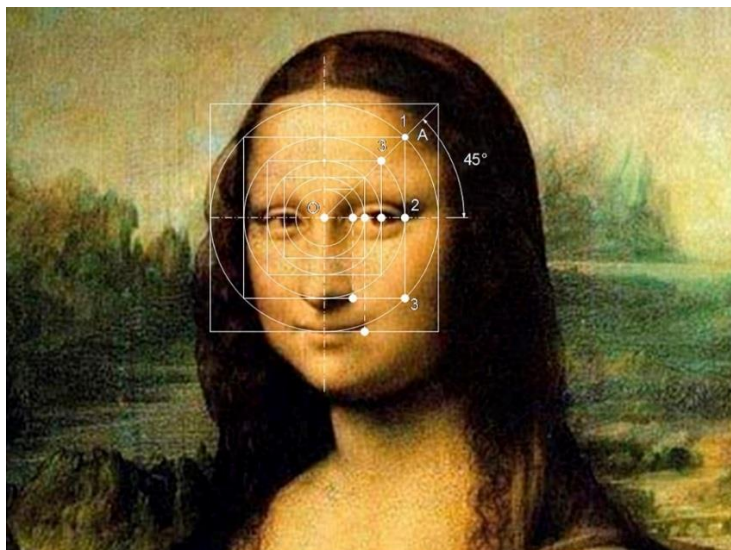


Рис. 6 – Математические закономерности восприятия картины Л.да Винчи «Джоконда»

Еще один очень интересный пример из мира искусств рассмотрим на известной во всем мире картине Леонардо да Винчи «Джоконда». Как мы видим на рисунке 6, необходимо сделать несколько геометрических построений. От центра между двумя глазами проводим горизонтальную и вертикальную линии, чтобы получилось пересечение двух линий. От пересечения этих двух линий проводим окружность, где радиусом будет линия губ. От центра окружности под углом 45 градусов проводим линию до пересечения с окружностью и получаем точку «1». От точки «1» проводим вертикальную линию до пересечения с линией глаз и получим точку «2». Если продолжим вертикальную линию до пересечения с линией окружности линии губ, мы получаем точку «3», от которой проводим горизонтальную линию. Таким образом, получаем горизонтальную линию носа. Нарисуем еще одну окружность с радиусом $O2$, до пересечения линии с отрезком «ОА». Так мы получим точку «4», от которой проведем вертикальную линию вверх и в низ. С помощью этого построения мы получили вертикальную линию центра глаза.

При продолжении построений по такому же примеру, мы получим ширину губ (точка «5»), а точка «6» образует ширину носа от оси симметрий. Таким образом, можно смело сказать, что секрет картины «Мона Лиза» скрыт в том, что она написана по системе единых закономерностей восприятия.

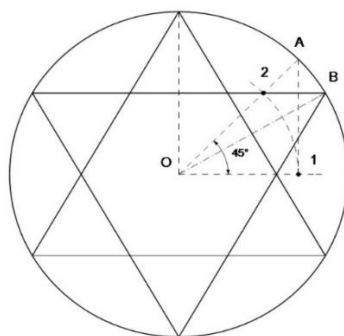


Рис. 7 – Гексаграмма и единые закономерности восприятия

Также гексаграмма построена на основе единых закономерностей восприятия. От центра окружности проводим линию под 45° до пересечения окружности, получаем точку «А», от точки «А» проводим линию до пересечения горизонтальной линии, мы получим точку «1». От центра «О», пользуясь циркулем, проводим окружности от точки «1» до пересечения линии «ОА» получаем точку «2». Из точки «2» проводим горизонтальную линию, получим первую горизонтальную линию треугольника. Точку «В» соединяем с центром окружности от «ОВ». Симметрично перенесем первую горизонтальную линию, и таким образом получаем вторую линию треугольника. Аналогично поступаем со второй линией треугольника – перенесем ее относительно от вертикальной линии круга, и получим третью линию треугольника. Из этого можно считать, что шестигранник, или как его еще называют «Цветок жизни» (Цветок жизни полностью построен в циркульных линиях, в одном радиусе), также построен на основе единых закономерностей восприятия (рис. 8).

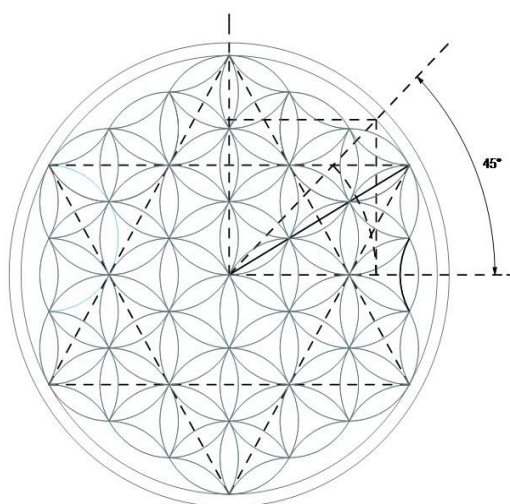


Рис. 8 – «Цветок жизни» и единые закономерности восприятия

Формула композиции в музыке. Для исследования композиции в музыке рассмотрим ноты Государственного Гимна Республики Казахстан.

Musik: Шәмші Қалдаяқов

Text: Жүмекен Нәжімеденов, revidiert von Нұрсұлтан Назарбаев

Maesto 1 2 3 4 5 6 7—8—9 10 11 12

1. Ал - тын күн ас - па - ны, Ал - тын дән да - ла -
2. Үр - пақ - қа жол аш - қан, Кең бай - тақ же - рім -

13
сы, Ер - лік - тің да - ста - ны, Е - лі - ме қа - - ра -
бар. Бір - лі - гі жа - рас - қан, Тә - уел - сіз е - - лім -

Рис. 9 – Ноты Государственного гимна Республики Казахстан

1 нота частота равна 92,775 Гц; длина волны $a=4,634$ м.

2 нота частота равна 30,925 Гц; длина волны $b=13,905$ м.

3 нота частота равна 164,13 Гц; длина волны $c=2,604$ м.

$$((a+b+c)/a) / ((a+b+c)/b) \times ((a+b+c) / c) / ((a+b+c)/b) = b^2/ac=16,019$$

4 нота частота равна 92,775 Гц; длина волны $a=4,634$ м.

5 нота частота равна 27,55 Гц; длина волны $b=15,608$ м.

6 нота частота равна 98,175 Гц; длина волны $c=4,379$ м.

$$((a+b+c)/a) / ((a+b+c)/b) \times ((a+b+c) / c) / ((a+b+c)/b) = b^2/ac=12,000$$

7 нота частота равна 55.1 Гц; длина волны $a=7.804$ м.

8 нота частота равна 49,088 Гц; длина волны $b=8.759$ м.

9 нота частота равна 55.1 Гц; длина волны $a=7.804$ м.

10 нота частота равна 123.7; длина волны $c=3.476$ м.

$$(((a+b+c)/c) / ((a+b+c)/a)) / ((a+b+c) / a) / ((a+b+c)/b) = a^2/bc=2,000$$

11 нота частота равна 73,631 Гц; длина волны $a=5,8399$ м.

12 нота частота равна 21,87 Гц; длина волна $b=19,66$ м.

13 нота частота равна 82,55 Гц; длина волна $c=5,209$ м.

$$(((a+b+c)/c) / ((a+b+c)/b)) / ((a+b+c) / c) / ((a+b+c)/a) = bc/a^2=3,003$$

Из проведенных исследований можно увидеть, что соотношение неравных частей $b^2/ac=n$, исходя из математических интервалов, каждый из которых равен $1: 12\sqrt{2}$ «корень 12 степени из 2», например, математический интервал:

$$1.49831^2 / 2 = 1.12246 = 1,05946^2$$

По теореме Пифагора $c^2=a^2 + b^2$. Квадрат вписан в окружность, где $a=b$, c равна на диаметр окружности, то получается следующее соотношение $c^2/ab = 2$; можем принять как основу формулы красоты и композиции в музыке.

Формула красоты и композиции в музыке:

$$a^2/bc = n \quad (n - \text{целое число})$$

Рассматривая в данном аспекте проведенных исследований различные произведения архитектурного искусства и музыки можно убедиться, что чувственный, эмоциональный мир человека формируется на основе единых закономерностей восприятия, которые имеют под собой математическое обоснование. Таким

образом, можно сделать заключение, что чувство гармонии в архитектурном искусстве и музыке имеет объективную природу и поддается познанию через методы математического и геометрического анализа.

Исходя из этого, можно дать следующее определение π : «Сечение π – это соотношение неравных частей предмета пропорционально π , способствует наилучшему зрительному восприятию и появлению ощущений красоты и гармонии».

Литература:

1. Рёскин Дж. Законы Фьезоле. Истинные законы красоты. – М.: Рипол-Классик, 2016. – 272с.
2. Рёскин Дж. Теория красоты. – М.: Рипол-Классик, 2020. – 288 с.
3. Дьёрдь Д. Гармония линий: Законы пропорции и совершенства – М.: Астрель, 2009. – 235 с.

References:

1. Ruskin J. Laws of Fiesole. True Laws of Beauty. – Moscow: Ripol-Classic, 2016. – 272 p. (Russian)
2. Ruskin J. The Theory of Beauty. – Moscow: Ripol-Classic, 2020. – 288 p. (Russian)
3. Gyorgy D. Harmony of lines: The Laws of Proportion and Perfection. – M.: Astrel, 2009. – 235 p. (Russian).

А.С. Торгаев

«Аулет» ЖШС, Нұр-Сұлтан, Қазақстан Республикасы

СӘУЛЕТ ПЕН МУЗЫКАНЫҢ ОБЪЕКТИВТІ ЗАҢДАРЫН АНЫҚТАУДЫҢ МАТЕМАТИКАЛЫҚ ӘДІСТЕРІ

Аннотация. Мақалада математикалық заңдарға негізделген сұлулықты қабылдау мәселелері қарастырылған. Өнердің барлық түрлері үшін әмбебап сұлулық пен үйлесімділіктің объективті заңдары бар деп болжануда. Осылайша сұлулық феномені туралы ғылыми білім мүмкін болады.

Түйін сөздер: сұлулық заңдары, музыка, математикалық заңдылықтар, форма, музыкалық үндестік.

A. S. Tortaev

«Aulet» LLP, Nur-Sultan, Republic of Kazakhstan

MATHEMATICAL METHODS FOR IDENTIFYING OBJECTIVE FACTORS THE LAWS OF BEAUTY AND MUSIC

Annotation. The article deals with the problems of beauty perception based on mathematical laws. It is assumed that there are objective laws of beauty and harmony that are universal for all types of arts. Thus, scientific knowledge of the phenomenon of beauty becomes possible.

Keywords: laws of beauty, music, mathematical laws, form, musical harmony.